MATIERE; PHYSIQUE

CLASSE; --SV-SG----------------------- DUREE---120 ''-180 ''-------------

---

<u>Premier exercice(7pts)</u> <u>Oscillateur élastique horizontal.</u>

On dispose d'un oscillateur élastique formé d'un ressort, de masse négligeable et de constante de raideur k = 40N/m, ayant une extrémité fixe tandis que l'autre est attachée à une particule de masse m = 100g.

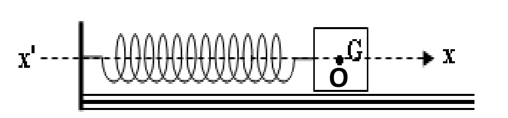


Fig.1

L'oscillateur ainsi formé oscille sur un axe horizontal x'Ox.

À partir d'un instant pris comme origine de temps, $t_0 = 0$, on commence à enregistrer la variation de l'abscisse x = OG, de m, où O est la position d'équilibre du centre de masse (G) de la particule m.

Le niveau horizontal passant par (G) est considéré comme référence de l'énergie potentielle de pesanteur du système (Oscillateur, Terre). Prendre : $g = 10m/s^2$.

Le graphe, de la figure (2), montre la variation de x en fonction de temps.

1. Ecrire, à la date t, l'expression de l'énergie mécanique du système (Oscillateur, Terre) en fonction de m, k,x et la vitesse v de G.
2. Le système (Oscillateur, Terre) conserve son énergie mécanique. Justifier pourquoi et calculer sa valeur en se référant à la figure (2).

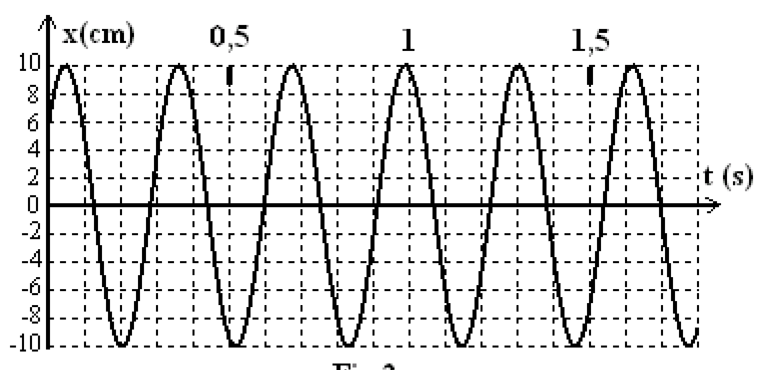


Fig.2

3. En se référant à la figure (2) et au temps $t_0 = 0$:
   a. Calculer la valeur de l'énergie potentielle élastique de cet oscillateur.
   b. Déduire la valeur de l'énergie cinétique de m.
   c. Précisant le sens de mouvement en déduire la valeur algébrique de la vitesse (V_0) de m.
4. a. Etablir l'équation différentielle de second ordre qui régie le mouvement de G.
   b. Déterminer l'expression de la période propre et calculer sa valeur.
   d. Ecrire l'équation horaire du mouvement.
5. Déterminer, au moment où le graphe coupe l'axe de temps pour la première fois, la vitesse de m et

préciser le sens du mouvement de G.

6. Déterminer la vitesse de (G) lorsque x = 8cm.

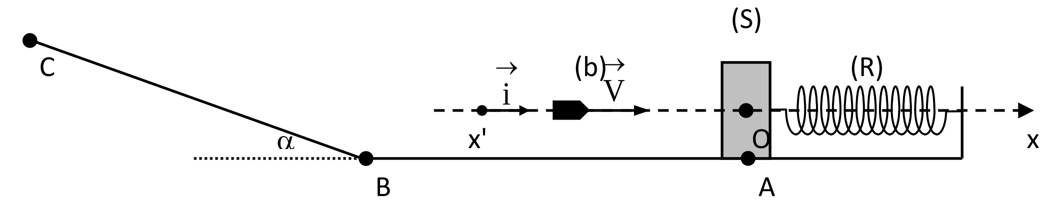
7. Déterminer l'expression, en fonction de temps, de la quantité de mouvement ($\vec{P}$) de G en déduire l'expression, en fonction de temps, de la résultante de forces extérieures agissantes sur m.

8. Vérifier le résultat de la partie (7) en appliquant la loi de Hooke.

Deuxième exercice (6 points)

Un solide (S) de masse M = 2,4 kg est placé juste devant un ressort à boudin (R) à spires non jointives, d'axe horizontal x'Ox, de masse négligeable (le solide est non lié au ressort) et de constante de raideur K = 25000 N/m.

Une balle (b) de masse m = 100 g est lancée avec une vitesse $\vec{V}$ selon l'axe x'Ox de vecteur unitaire $\vec{i}$. La balle (b) entre en collision parfaitement moue, s'incruste dans (S) et forme avec (S) un seul corps. Le ressort se comprime d'une distance maximale x_m = 6 cm après la collision

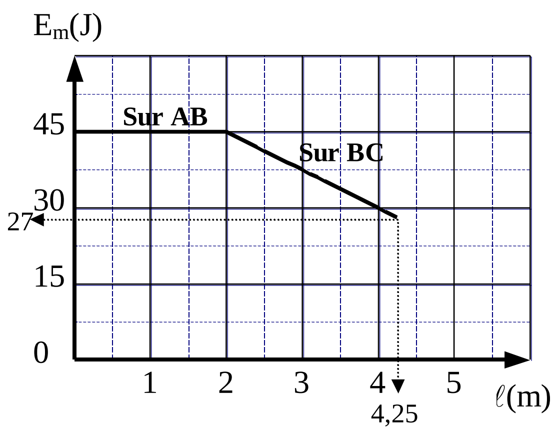


1) Déterminer, en appliquant la conservation de l'énergie mécanique et en fonction de K, M, m et x_m, la vitesse $\vec{V}_0$ de l'ensemble [(S) ; (b)] juste après la collision.

2) Vérifier que le vecteur vitesse de la balle est donné par l'expression : $\vec{V} = \frac{M+m}{m}\sqrt{\frac{K}{M+m}}.x_m.\vec{i}$.

3) Calculer les valeurs de $\vec{V}_0$ et $\vec{V}$. Le choc est-il élastique ? Justifier, par calcul, la réponse.

4) Après la dilatation complète du ressort, l'ensemble [(S) ;(b)] se déplace, à partir du point A, sur un support rectiligne ABC et s'arrête en C. La partie BC est incliné d'un angle α par rapport à l'horizontale. Un dispositif approprié permet de tracer le graphique de l'énergie mécanique du système [(S) ;(b) ; Terre] en fonction de la distance ℓ parcourue par l'ensemble [(S) ;(b)]. Prendre g = 10 m/s^2.



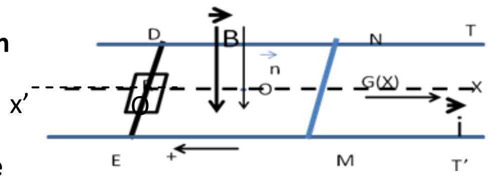
a) Interpréter le graphique de l'énergie mécanique en fonction de ℓ .

b) Calculer : la longueur BC, les énergies mécaniques du système [(S) ;(b) ; Terre] aux points B et C.

c) Déduire la valeur de α et celle de la force de frottement qui existe sur BC et supposée constante.

.

Troisième exercice   Induction électromagnétique (7pts)



Le but de l'exercice est d'étudier le mouvement d'une tige dans un champ magnétique uniforme. Le système schématisé sur la figure ci-contre comporte un conducteur ohmique de résistance R, deux rails métalliques, horizontaux, parallèles et distants de ℓ. Une tige métallique MN, de masse m, est lancée à l'instant t_0= 0, avec une vitesse initiale $\overrightarrow{V_0}$ parallèle aux rails. La tige se déplace, sans frottement, en restant perpendiculaire aux deux rails ; son centre d'inertie G se déplace sur l'axe horizontal $\overrightarrow{x'Ox}$. Le système est situé dans un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ vertical. On néglige la résistance du système (rails, tige).

À la date t, G a une vitesse $\vec{V}$ et une abscisse x et le circuit est parcouru par un courant induit d'intensité i.

1) En respectant l'orientation choisie sur la figure, trouver, à la date t, l'expression du flux magnétique ϕ qui traverse la surface MNDE en fonction de B, x, et ℓ.

2) Expliquer l'apparition de la f.é.m. induite e entre M et N et trouver son expression en fonction de B, ℓ et V.

3) Préciser le sens du courant induit dans le circuit.

4) En appliquant la loi de l'unicité de la tension entre M et N, trouver l'expression de i en fonction de B, ℓ, R et V.

5) La tige est soumise à des forces dont la résultante est la force électromagnétique de Laplace $\vec{F}$.

Donner l'expression de sa mesure algébrique F en fonction de B, ℓ, R et V.

6) En appliquant à la tige la deuxième loi de Newton $\Sigma\overrightarrow{F_{ext}} = m\vec{a}$:

a) Montrer que l'équation différentielle en V est $a = \frac{dV}{dt} = V' = -\alpha V$, où α est une constante positive.

b) Exprimer α en fonction de ℓ, R, m et B.

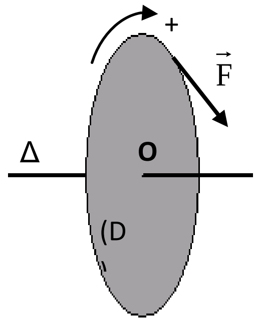
7) Vérifier que $V = V_0 e^{-\alpha t}$ est une solution de l'équation différentielle précédente.

8) Tracer l'allure de la courbe traduisant les variations de V en fonction du temps

Quatrième exercice (7,5pts) Oscillations mécaniques.

Le but de cet exercice revient à déterminer le moment d'inertie (I_0) d'un disque par rapport à son axe de révolution (Δ_0) par deux méthodes différentes.

On dispose d'un disque (D) de centre (O) qui est aussi son centre de gravité. Le disque (D), de rayon R = 6cm et de masse m = 1kg, capable de tourner, dans un plan vertical, autour d'un axe horizontal (Δ_0) passant par son centre (O).



Négliger toutes les forces de frottement et prendre π = 1/0,32 g = 10m/s^2 et π^2 = 10.

A. À un instant pris comme origine de temps t_0 = 0, une force $\vec{F}$, d'intensité constante F = 1,5N, est

appliquée tangentiellement au disque (D) initialement au repos. À la date t, soit θ' la vitesse angulaire

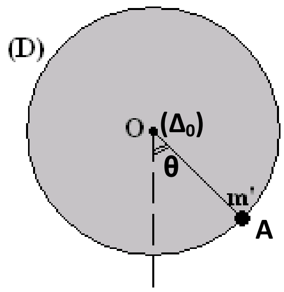
de rotation de (D) autour de (Δ_0).

1. **Donner, à la date t, l'expression du moment cinétique (σ) du disque (D) en fonction de I_0 et θ'.**
2. **Appliquer le théorème du moment cinétique pour déterminer l'expression, en fonction de temps,**
   de la vitesse angulaire θ'.
3. **Déduire la nature du mouvement du disque (D).**
4. **À t = 2s, où la vitesse de rotation du disque est 16 tours /s, la force $\vec{F}$ est enlevée.**
   a. **Déterminer la nature du mouvement du disque (D) pour t > 2s.**

   b. **Déterminer la valeur de I_0.**

B. Le disque (D) est au repos. Une particule de masse m' = m = 1kg est

fixée en un point (A) de la périphérie de (D).



Le pendule composé, (P), ainsi formé, de centre de gravité G, capable

d'osciller autour de (Δ_0).

Le niveau horizontal passant par (O) est considéré comme référence de

l'énergie potentielle de pesanteur.

À partir de sa position d'équilibre, le pendule (P) est écarté d'un faible

angle θ_m = 0,1rd puis il est abandonné, sans vitesse initiale, à t_0 = 0.

La position du pendule (P) est repérée, à la date t, par son abscisse

angulaire θ que fait OG avec la verticale passant par (O).

Soit θ' la vitesse angulaire de (P) à la date t.

Pour des faibles valeurs de θ on a : $\sin\theta = \theta_{rd}$ et $\cos\theta = 1-\frac{\theta^2}{2}$.

1. **Prouve que : OG = a = R/2.**
2. **Quelle est, en fonction de R, l'expression du moment d'inertie (I), de (P), par rapport à (Δ_0) ?**
3. **Prouve que le moment d'inertie, du pendule (P), par rapport à (Δ_0) est : $I = I_0 + 36\times10^{-4}$.**
   (I et I_0 sont en kgm^2)
4. **Etablir l'expression de l'énergie mécanique du système (P, Terre) en fonction de I, m, m', θ,**

   θ' et R.
5. **L'énergie mécanique du système (P, Terre) est conservée. Dire pourquoi et calculer sa valeur.**
6. **Etablir l'équation différentielle qui régie le mouvement de (P).**
7. **Déduire, en fonction de I_0, l'expression de la période (T) du pendule (P).**
8. **La mesure expérimentale de 20 oscillations complètes est Δt = 12s. Déterminer I_0.**

Ex-I	Oscillateur élastique horizontal	
1.	$E_m = E_C + E_{PP} + E_{Pe} = (1/2)mv^2 + 0 + (1/2)kx^2$.	0,5
2.	L'E_m est conserve car l'amplitude d'oscillation est conservée. (fig.2) $E_m = (1/2)kx_m^2 = 0,5\times40\times(0,1)^2 = 0,2J$.	0,75
3.	a. À $t_0 = 0$; x = 6cm $\Rightarrow E_{0pe} = (1/2)kx^2 = 0,5\times40\times(0,06)^2 = 0,072J$	0,5
	b. $E_{C0} = E_m - E_{0pe} = 0,2-0,072 = 0,128J$	0,5
	c. À $t_0 = 0$; $V_0 = dx/dt > 0$ (x croissante), le mouvement se fait dans le sens positif. $E_{C0} = (1/2)\ mv^2 \Rightarrow V_0 = \sqrt{\frac{2E_{C0}}{m}} = \sqrt{\frac{2\times0,128}{0,1}} = 1,6m/s.$	0,75
4.	a. $E_m = (1/2)mv^2 + 0 + (1/2)kx^2 = cte \Rightarrow \frac{dE_m}{dt} = mvv' + kxx' = 0$ Le mouvement est rectiligne alors : v = x' et v' = x'' alors : $x'' + (k/m)x = 0$. (1)	0,5
	b. La solution de l'équation différentielle précédente : $x = X_m\sin(\omega_0 t + \phi)$. En remplaçant x(t) et x''(t) dans (1) on obtient $\omega_0^2 = k/m$ et par suite $T_0 = 2\pi/\omega_0$ $\Rightarrow T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 6,28\times\sqrt{\frac{0,1}{40}} = 0,314s.$	0,75
	c. $x = X_m\sin(\omega_0 t + \phi)$ or $X_m = 10cm$ et $\omega_0 = 2\pi/T_0 = 20rd/s$ À $t_0 = 0$, x =10sin ϕ = 6 $\Rightarrow$ sin ϕ = 0,6 alors ϕ = 0,6435rd ou $\phi = \pi$ - 0,6435 = 2,4965rd $v = x' = X_m\ \omega_0 \cos(\omega_0 t + \phi)$ et À $t_0 = 0$; $v = V_0 = X_m\ \omega_0 \cos(\phi) > 0$ alors $\cos\phi > 0$ alors ϕ = 0,6435rd. Equation de mouvement : x = 10sin(20t + 0,6435). (x en cm et t en s)	0,75
5.	À cet instant x = 0 et dx/dt = v < 0 alors : $v = -X_m\ \omega_0 = -\ 0,1\times20 = -2m/s$.	0,25
6.	v = x' = 2cos(20t + 0,6435) pour x = 8 = 10 sin(20t + 0,6435) $\Rightarrow$ sin(20t + 0,6435) = 0,8 Alors : cos(20t + 0,6435) = $\pm$ 0,6 $\Rightarrow$ v = 2×($\pm$ 0,6) = $\pm$ 1,2 m/s.	0,75
7.	$\vec{P} = m\vec{v} = 0,1\times$ 2cos(20t + 0,6435) $\vec{i}$ = 0,2cos(20t + 0,6435) $\vec{i}$ Soit $\vec{F}$ la résultante des forces extérieures agissantes sur m :	0,5

	$\vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt} = -4\sin(20t + 0{,}6435)\dot{i}$	
8.	**Les forces extérieures agissantes sur (m) sont :** $\vec{p}, \vec{N}$ et $\vec{T}$ **comme** $\vec{p} + \vec{N} = \vec{0}$ **Alors :** $\vec{F} = \vec{T} = -kx\dot{i}$ **= - 40×0,** **Energie et quantité de mouvement** **1sin(20t + 0,6435)** $\dot{i}$ **= -4sin(20t + 0,6435)** $\dot{i}$	**0,5**

E-3	Energie et quantite de mouvement (6pts)	
1-	frottement =0 → Em(s) =const 1/2 $(m+M)V^2_0$=1/2 K X^2_m -----V_0 =$X_m\sqrt{\frac{K}{(M+m)}}$	1pt
2-	choc→cons-de –qt –de mouvement – $P(S)$ av= $P(S)$ap $\overrightarrow{mV}$ =(M+m)$\overrightarrow{V0}$ → $\vec{V}$ =$\frac{M+m}{m}\sqrt{\frac{K}{M+m}}$.$X_m\,\vec{i}$	1pt
3-	V_0 =6m/s V =150 m/s E_C (S)avt = 1/2 mV^2 = 1125 j et E_c (s) ap =45 j E_C (S) avt ≠ E_C(S) ap choc mou	1 pt
4- a	le long de AB - E_m (s) = 45 j le long de BC - E_m (S) dim- de -45j -----à---27 j --frottement	1/2 PT
- b	- BC = 4.25 – 2 = 2.25 m - E_m $(s)_B$ = 45j E_m (s) = 27 j	1/2 Pt
- c	au point C le (s) s'arrête V_C=0 E_C $(S)_C$ = 0 E_m (s) = E_{pp} (s) = mgz_c z_c = $\frac{Em(s)}{(m+M)g}$ =BC sinα sinα= 0,48	1 pt
	$\Delta E_m(s) = E_m(s)_C - E_m(s)_B$ = -f . BC -------------- f= 8N	1pt

Troisième exercice

1) φ **= B S cos**α **= B**ℓ **x** **(**α **= 0)** **(1/2 pt)**

2) x varie $\Rightarrow$ φ **varie** $\Rightarrow$ **la f.é.m induite e = -** $\frac{d\varphi}{dt} \neq 0$.

$e = - B\ell \dfrac{dx}{dt} = - B\ell V$. **(1pt)**

3) La f.é.m. induite e et le courant induit ont toujours même signe ;

or $e < 0 \Rightarrow i < 0$, $\Rightarrow$ le courant circule dans le sens négatif dans le circuit

$\Rightarrow$ le courant passe de M vers N dans la tige. (On peut raisonner sur le sens de la force de Laplace qui a pour effet de s'opposer au mouvement de la tige). **(1/2 pt)**

4) $u_{NM} = ri - e$, avec $r = 0$ on peut écrire $u_{NM} = - e = B\ell V$.

D'autre part , $u_{NM} = - Ri$; la loi d'unicité de la tension $u_{NM} = u_{NM}$ donne

$- Ri = B\ell V \Rightarrow i = - \dfrac{B\ell}{R} V$. **(1 1/2pt)**

5) $F = iB\ell \sin 90^0 = iB\ell = - \dfrac{B^2\ell^2}{R} V$. **(1/2 pt)**

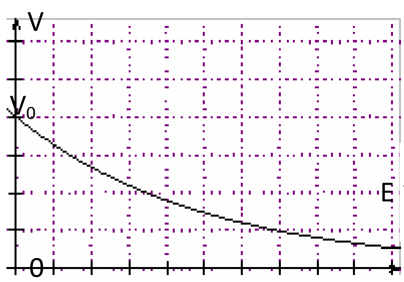
6) a) $\Sigma \overrightarrow{F_{ext}} = m\vec{a} \Rightarrow F = ma \Rightarrow - \dfrac{B^2\ell^2}{R} V = m\dfrac{dV}{dt} \Rightarrow$

$V' = - \dfrac{B^2\ell^2}{mR} V = - \alpha V$. **(1 1/2 pt)**

b) $\alpha = \dfrac{B^2\ell^2}{mR}$. **(1/2 pt)**

7) $V' = -\alpha V_0 e^{-\alpha t}$ **, en remplaçant dans l'équation différentielle V' et V par leurs valeurs on obtient :** $= -\alpha V_0 e^{-\alpha t} = -\alpha V = -\alpha V_0 e^{-\alpha t}$. **(1/2 pt)**

8)



(1/2 pt)

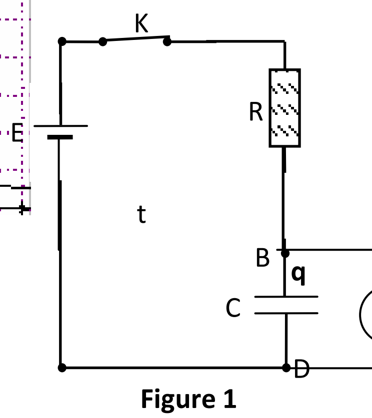


Figure 1

Ex -4	**Oscillations mécaniques.**	
A-1	**$\sigma = I_0\theta'$**	0,25
A-2	$\frac{d\sigma}{dt} = \sum \text{Moments} = M_{m\vec{g}} + M_{\vec{R}} + M_{\vec{F}} = I_0\frac{d\theta'}{dt} = M_{\vec{F}} = F.R \Rightarrow \frac{d\theta'}{dt} = \frac{FR}{I_0} = cte \Rightarrow \theta' = \frac{FR}{I_0}t.$	1
A-3	**θ' = f(t) est une fonction de premier degré de temps alors le mouvement du disque est uniformément accéléré.**	0,25
A-4	**a. Pour t >2s; $\sum M = 0$; le mouvement de rotation ultérieur du disque est alors uniforme.**	0,25
	b. $\theta' = \frac{FR}{I_0}t \Rightarrow I_0 = \frac{FR}{\theta'}t = \frac{1{,}5 \times 0{,}06 \times 2}{16 \times 2 \times \pi} = 1{,}8 \times 10^{-3}$ **kgm^2.**	0,75
B-1	$\overrightarrow{OG} = \frac{m\overrightarrow{OO} + m'\overrightarrow{OA}}{m + m'} \Rightarrow OG = a = \frac{mR}{2m} = \frac{R}{2}.$	0,5
B-2	**$I = I_0 + I_{m'} = I_0 + m'R^2$.**	0,5
B-3	**m' = 1kg alors $I = I_0 + 1\times(0{,}06)^2 = I_0 + 36\times10^{-4}kgm^2$.**	0,5
B-4	**$E_m = E_C + E_{PP}$ =** $\frac{1}{2}I\theta'^2 + (m + m')g(-a\cos\theta) = \frac{1}{2}I\theta'^2 - (m + m')g\left(\frac{R\cos\theta}{2}\right).$	0,75
B-5	**Les forces extérieures ne travaillent pas alors E_m = cte = E_{0m} = -(m+m')g**$\left(\frac{R\cos\theta}{2}\right) = -0{,}597J$	0,75
B-6	$\frac{dE_m}{dt} = 0 \Rightarrow I\theta'' + mgR(\sin\theta)\theta' = 0$ **comme $\sin\theta = \theta_{rd}$ alors :** $\theta'' + \frac{mgR}{I}\theta = 0.$	0,5

B-7	**La solution de l'équation différentielle, établie dans (B-6), est de la forme : $\theta = \theta_m \sin(\omega_0 t + \phi)$** **En remplaçant θ(t) et θ''(t) dans** $\theta'' + \frac{mgR}{I}\theta = 0$ **on obtient** $\omega_0^2 = (mgR)/I$ **alors** **T_0 =** $\frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgR}} = 2\pi\sqrt{\frac{I_0 + R^2}{mgR}}$ **.**	**0,5**
B-8	**T_0 =** $\frac{12}{20} = 0{,}6\text{s} \Rightarrow$ $\frac{T_0^2}{4\pi^2} = \frac{I_0 + R^2}{mgR} \Rightarrow I_0 = \frac{T_0^2 mgR}{4\pi^2} - R^2 = \frac{(0{,}6)^2 \times 1 \times 10 \times (0{,}06)}{40} - (0{,}06)^2 = 1{,}8 \times 10^{-3}\,\text{kgm}^2$	**0,5**
C	**I_0 =** $\frac{1}{2}mR^2 = 0{,}5 \times 1 \times (0{,}06)^2 = 1{,}8 \times 10^{-3}\,\text{kgm}^2$ **qui est égale à la valeur trouvée du moment d'inertie (I_0) du disque (B-9). Alors le disque (D) est homogène.**	**0,5**